

Gruppentheorie

Damian Osajda

damian.osajda@univie.ac.at

<http://www.math.uni.wroc.pl/~dosaj/GGTWien/dyd/Course.html>

Dienstag, 12:45–13:30

Seminarraum 11 Oskar-Morgenstern-Platz 1 2.Stock

Blatt 5

Sylow-Untergruppen der Symmetrische Gruppe

- (1) Sei \mathbb{Z}_p die Untergruppe der Symmetrische Gruppe S_p durch $(1\ 2\ \dots\ p)$ erzeugt. Zeige, daß $\mathbb{Z}_p \wr \mathbb{Z}_p$ die Ordnung p^{p+1} hat, und eine Untergruppe von S_{p^2} ist.
- (2) Zeige, daß $\mathbb{Z}_p^{\wr k} := (\dots((\mathbb{Z}_p \wr \mathbb{Z}_p) \wr \mathbb{Z}_p) \wr \dots) \wr \mathbb{Z}_p$ (k -mals \mathbb{Z}_p) die Ordnung $p^{(p^{k-1} + p^{k-2} + \dots + 1)}$ hat.
- (3) Zeige, daß $S_n \times S_m$ zu einer Untergruppe von S_{n+m} isomorph ist.
- (4) Zeige, daß $\mathbb{Z}_p^{\wr k}$ zur Untergruppe von S_{p^k} isomorph ist.
- (5) Sei p eine Primzahl und sei $n = a_0 + a_1p + a_2p^2 + \dots + a_kp^k$, mit $a_k \neq 0$ und $a_i \in \{0, 1, \dots, p-1\}$. Zeige, daß die p -Sylow-Untergruppe von S_n die Ordnung $p^{\sum_{i=1}^k a_i(1 + \dots + p^{i-1})}$ hat.
- (6) Zeige, daß die p -Sylow-Untergruppe von S_n (wie oben) zur folgende Gruppe isomorph ist:

$$(\mathbb{Z}_p^{\wr 1})^{a_1} \times (\mathbb{Z}_p^{\wr 2})^{a_2} \times \dots \times (\mathbb{Z}_p^{\wr k})^{a_k}.$$